

TD2 – Couche liaison (Datalink layer)

{Emmanuel.Godard, Yann.Esposito}@lif.univ-mrs.fr

13 octobre 2005

☞ Les canaux de transmission imparfait entraînent des erreurs lors des échanges de données. La probabilité d'erreur sur une ligne téléphonique est comprise entre 10^{-4} et 10^{-7} . Ce TD est consacré à la compréhension des codes de détection et de correction d'erreurs. Il s'agit de méthodes mises en place au niveau de la deuxième couche OSI.

Pour l'envoi de k bits, on rajoute r bits qui permettent de tester si une erreur a eu lieu.

Dans la suite on utilisera la terminologie suivante :

- la totalité des $k + r$ bits sera appelé une *trame* ;
- la suite de k bits sera appelé le *message* ;
- la suite des r bits ajoutés au message sera appelé le *code correcteur* ou tout simplement le *code*.

1 Bit de parité

☞ Lors de l'envoi de k bits, on compte le nombre qui est égal à 1. Si ce nombre est pair on ajoute le bit 0 sinon on ajoute le bit 1 aux k bits envoyés.

1.1. Peut-on détecter si un seul bit est erroné ? deux ?

1.2. On considère que la probabilité d'erreur est $p = 10^{-6}$ et que $k = 7$.

(a) Donnez la probabilité qu'une trame soit erronée.

(b) Donnez la probabilité de faire un mauvais contrôle : c'est-à-dire accepter un message erroné ou ne pas accepter un message correct. En déduire une estimation du nombre moyen de bons contrôles par mauvais contrôle.

1.3. Donnez une estimation du temps moyen pour qu'une trame erronée soit acceptée sur une connexion 10Mo/s.

1.4. Si une erreur est détectée, que peut-on faire ?

2 Parité double

☞ Dans ce cas les trames sont considérées comme des matrices $n \times n$ (généralement $n = 8$) bits. On ajoute alors un bit de parité par colonne et par ligne.

2.1. Décrivez les avantages et les inconvénients de cette méthode par rapport à la précédente.

2.2. Erreurs de contrôles

(a) Qu'est-ce que faire un mauvais contrôle dans ce cas ?

(b) Dans quel cas ces mauvais contrôles se produisent-ils ? Quels sont les cas les plus probables ? Quelle est la probabilité pour chacun de ces cas qu'ils se produisent ?

3 Code de Hamming

Le code de Hamming de taille n est un code correcteur d'erreur qui, à des messages de taille $2^n - 1 - n$ bits, ajoute n bits. Il est basé sur un code de parité et défini de la manière suivante : Pour un message initial $D_{2^n-1-n}D_{2^n-n-2} \cdots D_1D_0$, on ajoute n bits de contrôle $C_{n-1} \cdots C_1C_0$, de manière à obtenir le message $M_{2^n-1} \cdots M_1$, avec

- $M_k = C_j$ si $k = 2^j$,
- $M_k = D_j$ si $k = j + 2 + \lfloor \log_2 k \rfloor$.

3.1. Donner la valeur des M_k en fonction des D_j et C_j pour $n = 3$ (faire un schéma).

Lorsque $C'_0 = 1$ alors les valeurs possibles pour $C'_2C'_1C'_0$ sont : 001, 011, 101 et 111 c'est-à-dire 1, 3, 5 et 7. Il s'agit des indices utilisés pour le calcul de C_0 et de C'_0 .

3.2. Calculez les indices de calcul pour C_1 et C_2

3.3. Calculez les valeurs de C_0 , C_1 et C_2 pour qu'une nouvelle vérification du bit de parité donne $C'_2C'_1C'_0 = 000$.

(a) En déduire le message M envoyé si le message initial est 1010.

3.4. Expliquez alors comment on peut effectuer la correction d'une seule erreur à la réception.

4 Détection d'erreur par CRC (Cyclic Redundancy Check)

☞ On considère chaque message comme un polynôme à coefficients dans $\{0, 1\}$. Par exemple 1101 correspond au polynôme : $x^3 + x^2 + 1$ On considère ensuite un polynôme commun à l'émetteur et au récepteur. Il s'agit du polynôme *générateur*. On va alors décaler vers la droite le message d'autant que le degrés du polynôme générateur. On va alors diviser le message décalé par ce polynôme. Il suffit alors de supprimer (concaténer au message) le reste de la division. Le récepteur fait la division et vérifie que le reste est nul.

On peut lorsque le polynôme commun est de degrés 16 détecter toutes les erreurs simples ou doubles, toutes les erreurs comportant un nombre impair de bits et tous les paquets d'erreurs de longueur inférieure ou égale à 16. Avec une très bonne probabilité, les paquets d'erreurs de longueur supérieure.

Par exemple Ethernet utilise un champs CRC à 32 bits avec le polynôme générateur :

$$X^{32} + X^{26} + X^{23}X^{22} + X^{16} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^8 + X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X + 1$$

4.1. Cette méthode est-elle une méthode de détection d'erreur ou de correction d'erreur ?

4.2. Le polynôme diviseur est : 101 c'est-à-dire $x^2 + 1$. On veut coder le mot 11010100. Quel est la trame que l'émetteur doit envoyer ?